

Σχήμα 1

ΣΦΑΙΡΑ

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ - ΕΠΙΠΕΔΗ ΤΟΜΗ - ΣΚΙΕΣ
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

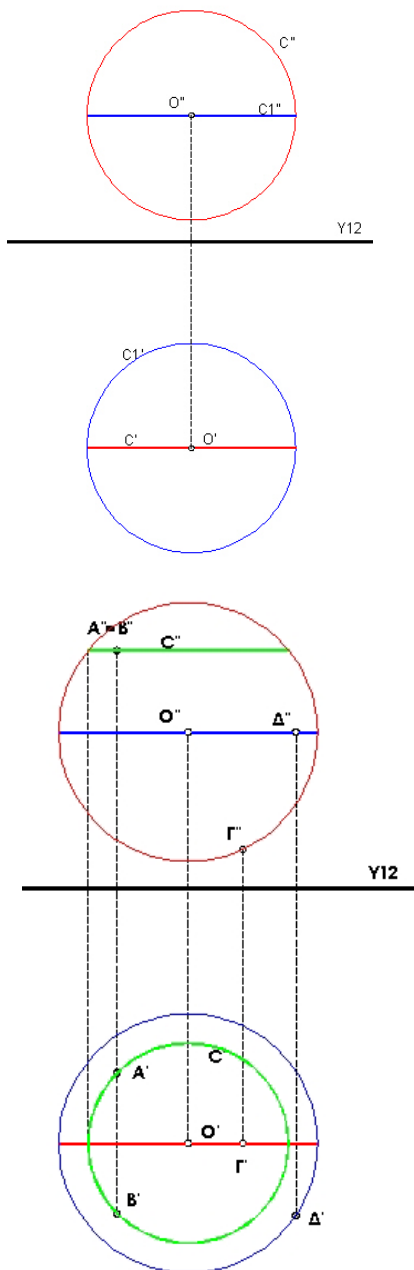
1. ΠΡΟΒΟΛΕΣ ΣΦΑΙΡΑΣ (O, ρ)

Η σφαίρα σε κάθε ορθή προβολή προβάλλεται κατά μέγιστο κύκλο που έχει κέντρο την προβολή του κέντρου της σφαίρας και ακτίνα την ακτίνα της σφαίρας. (Σχ. 1)

Στην 1^η προβολή επομένως θα προβάλλεται κατά τον κύκλο $c1'$ ο οποίος είναι η προβολή του οριζόντιου μέγιστου κύκλου $c1$ της σφαίρας του οποίου η 2^η προβολή είναι η οριζόντια διάμετρος $c1''$. (Σχ.2)

Αντίστοιχα στην 2^η προβολή η σφαίρα θα προβάλλεται κατά τον κύκλο $c2''$ ο οποίος είναι η προβολή του μετωπικού μέγιστου κύκλου c της σφαίρας του οποίου η 1^η προβολή είναι η διάμετρος c' .

Ο κύκλος της 1^{ης} προβολής αποτελεί το οριζόντιο περίγραμμα της σφαίρας και ο κύκλος της 2^{ης} προβολής το κατακόρυφο περίγραμμα αυτής.



Σχήμα 2

2. ΠΡΟΒΟΛΕΣ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

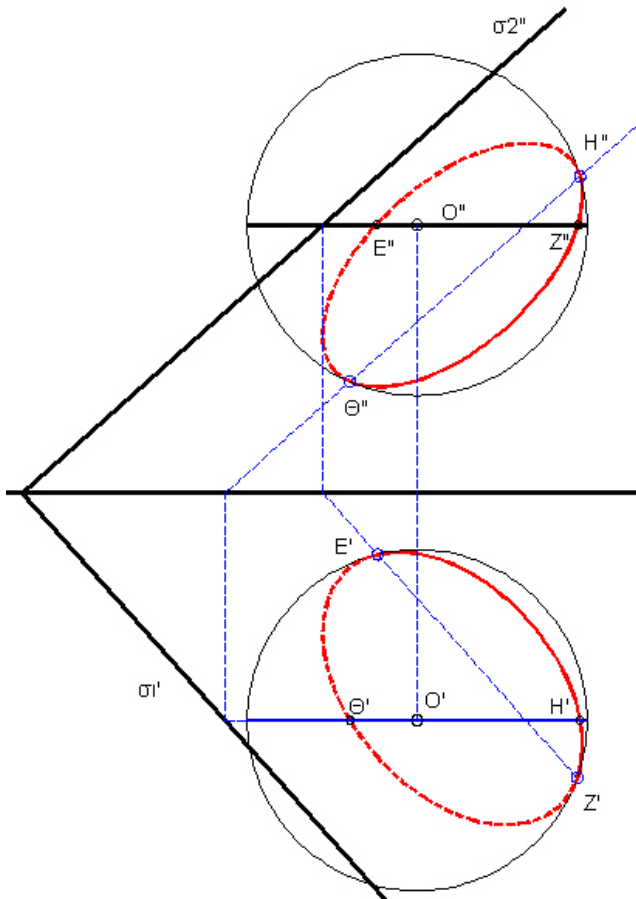
Κάθε σημείο της επιφάνειας της σφαίρας μπορεί να θεωρηθεί ότι ανήκει σε ένα οριζόντιο (ή μετωπικό) κύκλο της σφαίρας.

Εάν δοθεί η μία προβολή τυχόντος σημείου A της επιφάνειας της σφαίρας, π.χ. το A'' η άλλη προβολή προκύπτει μέσω ενός οριζοντίου κύκλου c (c' , c'')

Κάθε σημείο της επιφάνειας της σφαίρας το οποίο έχει 1^η προβολή στο οριζόντιο περίγραμμα αυτής (π.χ. το Δ), θα έχει 2^η προβολή στην διάμετρο του κύκλου. (Σχ. 3)

Κάθε σημείο της επιφάνειας της σφαίρας το οποίο έχει 2^η προβολή στο κατακόρυφο περίγραμμα (π.χ. το Γ) θα έχει 1^η προβολή στην διάμετρο του κύκλου.

Σχήμα 3



ΣΗΜΕΙΑ ΕΠΑΦΗΣ ΤΩΝ ΠΡΟΒΟΛΩΝ ΤΗΣ ΤΟΜΗΣ ΜΕ ΤΟ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

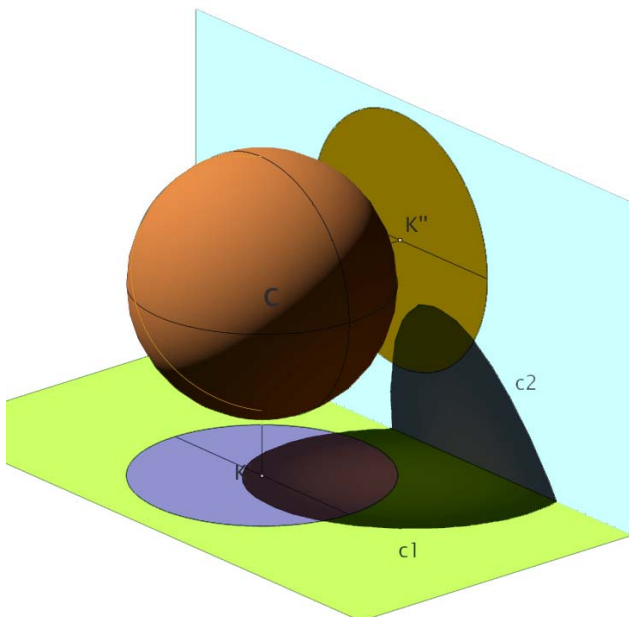
Οι προβολές της επίπεδης τομής της σφαίρας βρίσκονται πάντοτε μέσα στο περίγραμμα της σφαίρας και ορισμένες φορές εφάπτονται σ' αυτό.

Τα σημεία επαφής της 1^{ης} προβολής της τομής με το οριζόντιο περίγραμμα της σφαίρας (εάν υπάρχουν) είναι σημεία της ευθείας **α (α', α'')** τομής του επιπέδου **σ (σ1', σ2'')** και του οριζοντίου επιπέδου που περιέχει το κέντρο της σφαίρας. (Σχ. 7)

Τα σημεία επαφής της 2^{ης} προβολής της τομής με το κατακόρυφο περίγραμμα της σφαίρας (εάν υπάρχουν) είναι σημεία της ευθείας **β (β', β'')** τομής του επιπέδου **σ (σ1', σ2'')** και του μετωπικού επιπέδου που περιέχει το κέντρο της σφαίρας

Σχήμα 7

4. ΑΥΤΟΣΚΙΕΣ ΚΑΙ ΕΡΡΙΜΕΝΕΣ ΣΚΙΕΣ ΣΦΑΙΡΑΣ

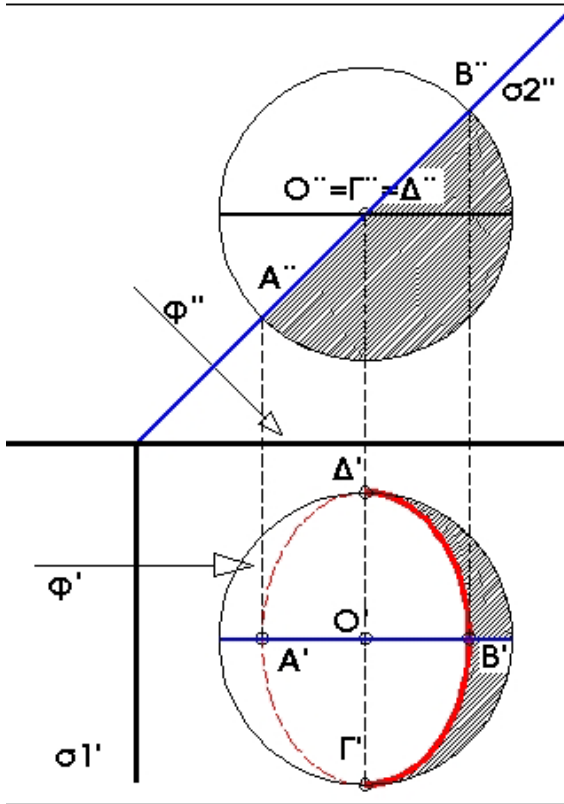


ΑΥΤΟΣΚΙΑ ΣΦΑΙΡΑΣ ΜΕ ΦΩΤΙΜΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟ ΣΕ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ φ.

Όταν οι φωτεινές ακτίνες είναι παράλληλες, φωτίζεται το ένα ημισφαίριο ενώ το άλλο είναι σκιερό.

Το επίπεδο που διαχωρίζει το φως από την σκιά είναι το επίπεδο **σ (σ1', σ2'')** το οποίο περιέχει το κέντρο **Ο (Ο', Ο'')** της σφαίρας και είναι κάθετο στην διεύθυνση των φωτεινών ακτίνων.

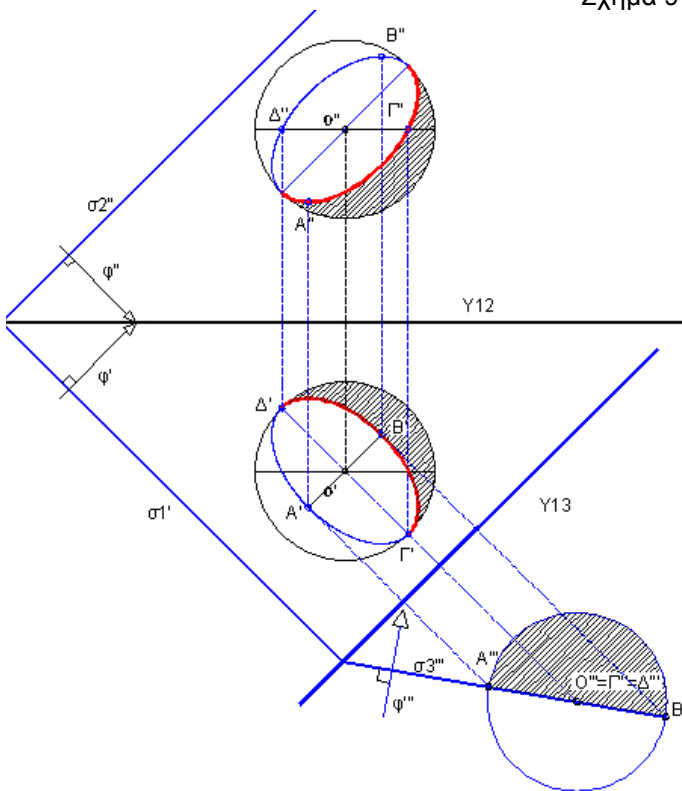
Σχήμα 8



Εάν οι φωτεινές ακτίνες είναι μετωπικές (ή οριζόντιες) το επίπεδο που δίνει το όριο της αυτοσκιάς είναι πρόσθιο (κατακόρυφο)

Η τομή της σφαίρας μ' αυτό το επίπεδο καθορίζει τον διαχωριστικό (μέγιστο) κύκλο ο οποίος ανήκει στο περίγραμμα της αυτοσκιάς. (Σχ. 9)

Σχήμα 9



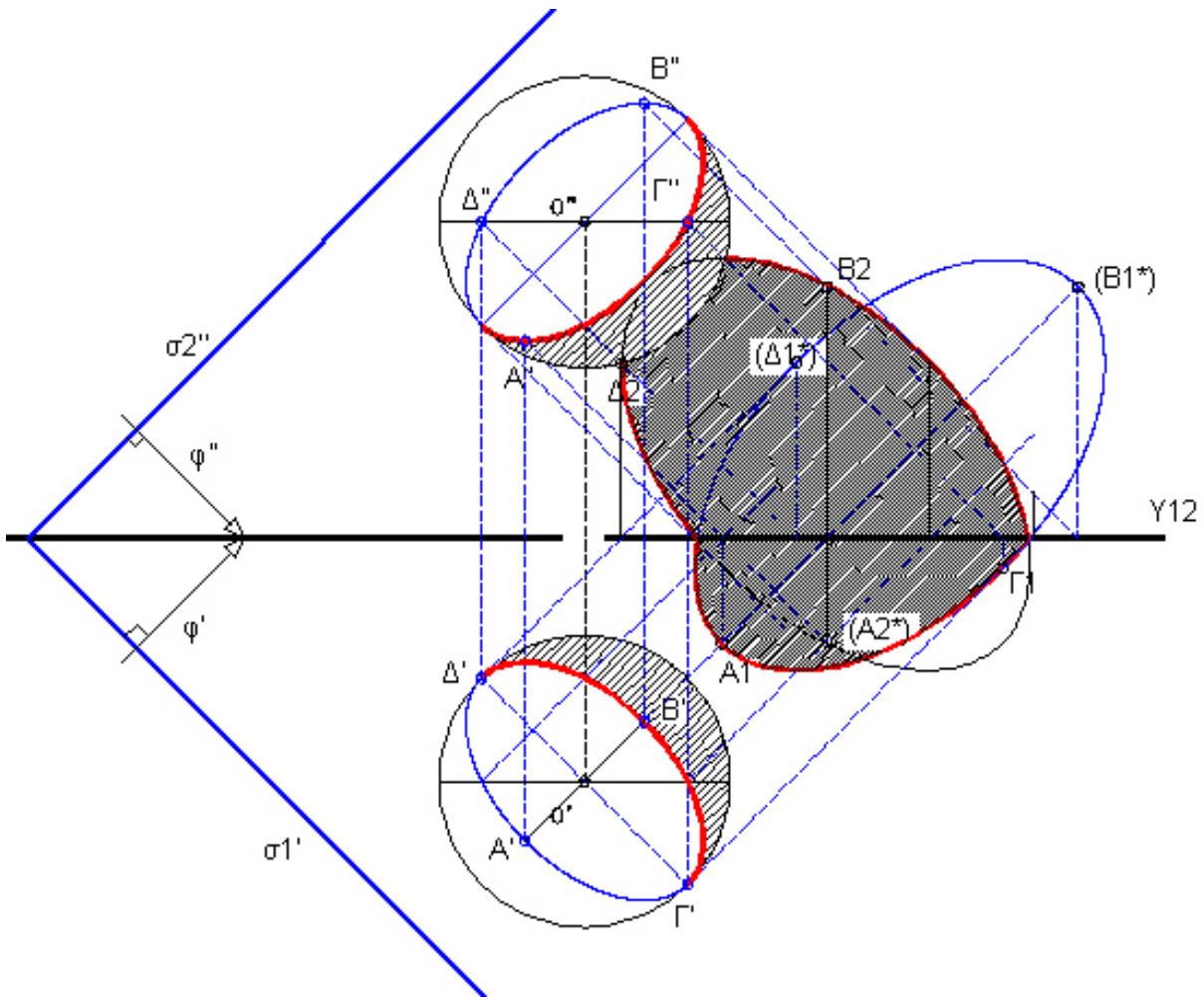
Όταν οι φωτεινές ακτίνες έχουν τυχούσα διεύθυνση $\varphi (\varphi', \varphi'')$, το επίπεδο $\sigma (\sigma_1', \sigma_2'')$ που περιέχει τον κύκλο του περιγράμματος της αυτοσκιάς, θα είναι τυχόν ως προς τα επίπεδα προβολής.

Η τομή της σφαίρας με το επίπεδο $\sigma (\sigma_1', \sigma_2'')$ γίνεται μέσω τρίτης προβολής σε επίπεδο παράλληλο στην διεύθυνση των φωτεινών ακτίνων.

Στην 3^η προβολή το ίχνος σ_3''' του επιπέδου σ θα περιέχει το O''' και θα είναι κάθετο στην 3^η προβολή φ''' των φωτεινών ακτίνων.

Από το ζεύγος των καθέτων διαμέτρων **ΑΒ** και **ΓΔ** του κύκλου της τομής προκύπτει στην 1^η προβολή το ζεύγος των αξόνων **Α'Β'** και **Γ'Δ'** της έλλειψης και στην 2^η προβολή το ζεύγος των συζυγών διαμέτρων **Α''Β''** και **Γ''Δ''** αυτής.

Σχήμα 10



Σχήμα 11

ΕΡΡΙΜΜΕΝΗ ΣΚΙΑ ΣΤΑ ΔΥΟ ΕΠΙΠΕΔΑ ΠΡΟΒΟΛΗΣ

Η ερριμμένη σκιά μιας σφαίρας σε ένα επίπεδο ταυτίζεται με την ερριμμένη σκιά του κύκλου που ανήκει στο περίγραμμα της αυτοσκιάς της.

Από τις σκιές (πραγματικές ή ψεύτικες) του ζεύγους των διαμέτρων AB και ΓΔ στο οριζόντιο επίπεδο προκύπτει το ζεύγος A1B1 και Γ1Δ1 των αξόνων της έλλειψης που είναι η σκιά της σφαίρας στο οριζόντιο επίπεδο.

Ομοίως από τις σκιές (πραγματικές ή ψεύτικες) του ζεύγους των διαμέτρων AB και ΓΔ στο κατακόρυφο επίπεδο προκύπτει το ζεύγος A2B2 και Γ2Δ2 των συζυγών διαμέτρων της έλλειψης που είναι η σκιά της σφαίρας στο κατακόρυφο επίπεδο.

Οι δύο αυτές ελλείψεις συναντώνται στον άξονα y12.